

Bài tập

1. Một xạ thủ có 3 viên đạn được yêu cầu bắn lần lượt từng viên cho đến khi trúng thì dừng bắn. Tìm bảng phân bố xác suất của số đạn đã bắn, biết rằng xác suất bắn trúng của mỗi lần bắn là 0,6.

2. Từ một lô gồm 100 sản phẩm, trong đó có 10 phế phẩm, người ta chọn hủ họa ra 5 sản phẩm để kiểm tra chất lượng. Lập bảng phân bố xác suất của số phế phẩm trong số sản phẩm chọn ra.

3. Tiến hành các xét nghiệm độc lập cho đến khi có kết quả dương tính. Gọi X là số xét nghiệm đã tiến hành và biết rằng xác suất dương tính của mỗi xét nghiệm là 0,5. Tìm:

- bảng phân bố xác suất của X ;
- đồ thị phân bố;
- số xét nghiệm có xác suất lớn nhất.

4. Một kỹ sư kiểm tra chất lượng theo quy trình sau: từ mỗi lô hàng lớn lấy hủ họa ra 15 sản phẩm đem kiểm tra, nếu tất cả đều tốt thì lô hàng được chấp nhận, nếu ngược lại lô hàng được trả lại để kiểm tra toàn bộ. Biết rằng tỉ lệ chính phẩm của hàng hóa là 0,95, tìm xác suất để lô hàng không được chấp nhận.

5. Một lô hàng có 1% phế phẩm. Tìm xác suất để khi chọn ra 50 sản phẩm từ lô hàng trên ta có:

- tất cả sản phẩm đều tốt;
- có 1 phế phẩm.

6. Tiến hành một dãy phép thử Béc-nu-li (trong mỗi phép thử, sự kiện A xuất hiện với xác suất là p). Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số lần không xuất hiện A trước lần đầu tiên xuất hiện A . Xác định luật phân phối của X . Hãy mở rộng cho trường hợp X là số lần không xuất hiện A trước khi có lần xuất hiện thứ r của A ($r = 1, 2, \dots$).

7. Tiến hành 1000 phép thử Béc-nu-li với xác suất thành công của mỗi phép thử là 0,006. Tìm xác suất để số lần thành công trong dãy phép thử không nhiều hơn 9.

44. Cho bảng phân bố xác suất của một biến ngẫu nhiên X

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
p_i	0	a	$2a$	$2a$	$3a$	a^2	$2a^2$	$7a^2 + a$

- Xác định a ;
- tính $P(X \geq 5)$ và $P(X < 3)$;
- tìm giá trị bé nhất của k sao cho $P(X \leq k) > 1/2$.

8. Xác định hàm phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X trong bài 1.

9. Hàm phân bố của một biến ngẫu nhiên liên tục X có dạng:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos x, & 0 < x \leq \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

Hãy xác định hàm mật độ của X và vẽ đồ thị của $F(x)$ và $f(x)$.

10. Cho hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X có dạng

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin [a, b] \\ c & x \in [a, b] \end{cases}$$

a) Xác định hằng số c (a, b đã cho).

b) Tìm hàm phân bố $F(x)$.

11. Cho hàm phân bố của biến ngẫu nhiên X có dạng:

$$F(x) = a + b \cdot \arctg x \quad (-\infty < x < +\infty).$$

Tìm a, b và hàm mật độ $f(x)$.

12. Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ sau đây

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{A}{x^2}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Hãy xác định:

a) hệ số A ;

b) hàm phân bố $F(x)$;

c) $P(2 < X < 3)$ – xác suất X rơi vào khoảng $(2, 3)$.

d) Xác suất để trong 4 phép thử độc lập biến X đều không lấy giá trị trên khoảng $(2, 3)$

13. Tìm kỳ vọng của số chấm xuất hiện khi gieo một con xúc sắc 6 mặt

14. Biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố xác suất:

x_i	-1	0	1
p_i	0,2	0,3	0,5

Tính kỳ vọng và phương sai của X .

15. Tìm kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên X có phân bố đều trên $[a, b]$.

16. Tìm kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên X có phân bố nhị thức.

17. Cho hàm mật độ của một biến ngẫu nhiên X như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^2, & 0 \leq x < 1, \\ a(2-x)^2, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & x \geq 2. \end{cases}$$

Xác định hệ số a , sau đó tính các mômen gốc và mômen trung tâm tới cấp 4.

18. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất:

x_i	1	3	5	7	9
p_i	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

Hãy tìm các mômen gốc và trung tâm đến cấp 4.

19. Hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên X được cho dưới dạng: $f(x) = \lambda e^{-|x|}$.
Xác định hằng số λ và tìm kỳ vọng và phương sai của X .

20. Hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên X được cho dưới dạng:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ a(x-2)(4-x), & 2 \leq x < 4, \\ 0, & x \geq 4. \end{cases}$$

Xác định a , sau đó tìm kỳ vọng, mode và trung vị của X .

21. Cho hàm $f(x)$ có dạng:

$$f(x) = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{x}{a} \right), \quad 0 < x < a.$$

Chứng minh rằng $f(x)$ thỏa mãn các tính chất của hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X . Tìm kỳ vọng, phương sai, trung vị và mode của X .